

MATLAB and Simulink authorized reseller for Poland



Oprogramowanie
Naukowo-Techniczne
sp. z o.o.

Warszawa 15.11.2023 r.

Integracja MATLAB i Unity w celu tworzenia symulacji VR dla systemów mechanicznych

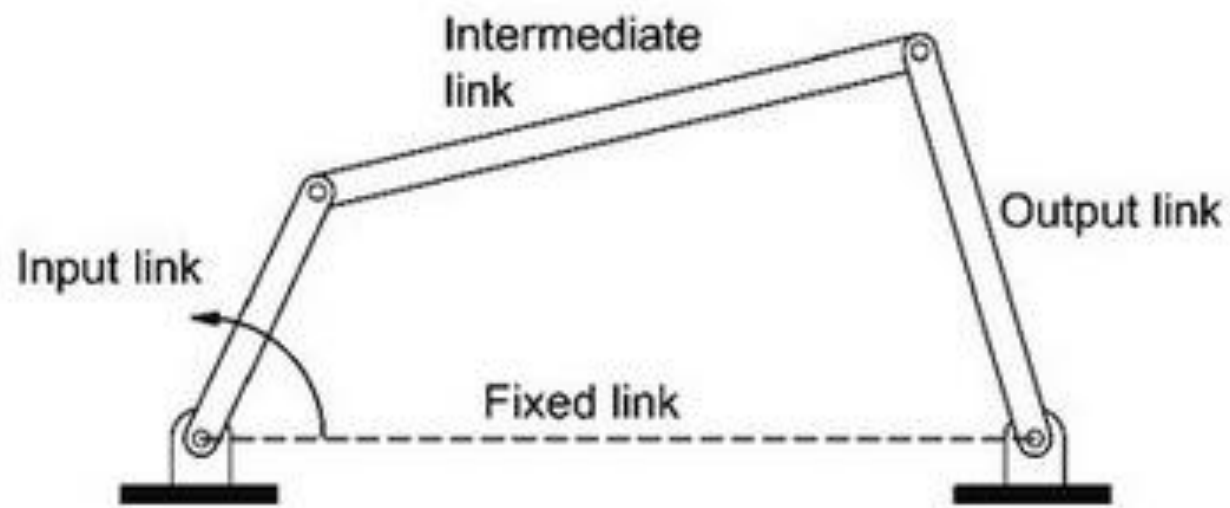
dr inż. Anna Sibilska-Mroziewicz

Agenda

- Ruch płaski łańcucha kinematycznego na przykładzie czworoboku przegubowego
- Sformułowanie problemu matematycznego
- MATLAB – Symbolic Math Toolbox
- Symulacje VR
 - wektor prędkości kątowej
 - wektory prędkości liniowych
 - superpozycja wektorów
 - składowe wektora przyspieszeń liniowych
- Plany na przyszłość

Czworobok przegubowy – four bar linkage

- Mechanizmy powszechnie stosowane w maszynach, pojazdach, robotyce i urządzeniach mechanicznych
- Przykłady: mechanizmy kierownicze w pojazdach, ramiona robotów, mechanizmy w maszynach przemysłowych
- Złożony z czterech sztywnych prętów, połączonych przegubami



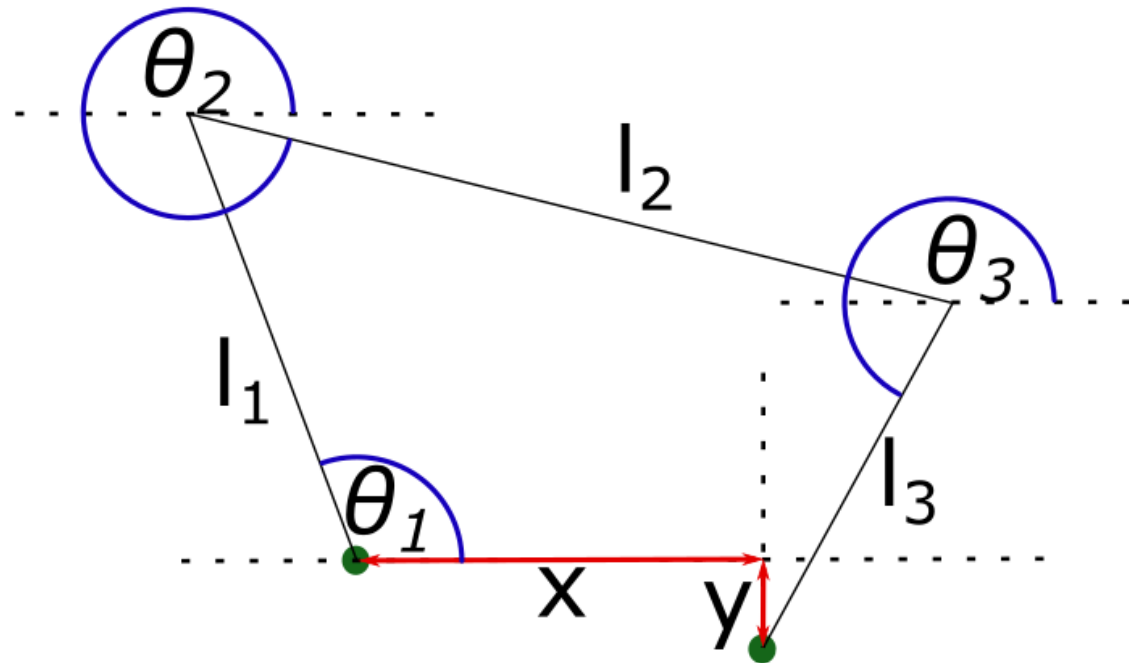
Model matematyczny

- Równania więzów geometrycznych

$$x = l_1 \cos(\vartheta_1 + \omega_1 t + \frac{1}{2} \varepsilon_1 t^2) + l_2 \cos(\vartheta_2) + l_3 \cos(\vartheta_3)$$

$$y = l_1 \sin(\vartheta_1 + \omega_1 t + \frac{1}{2} \varepsilon_1 t^2) + l_2 \sin(\vartheta_2) + l_3 \sin(\vartheta_3)$$

- Dwa rozwiązania wynikające z nieliniowości i z natury funkcji trygonometrycznych, które są periodyczne i mogą dawać dwa różne kąty dla tej samej wartości funkcji sinus i cosinus



Symbolic Math Toolbox:

- Równania geometryczne -> wyznaczenie kątów

$$\begin{pmatrix} 2 \operatorname{atan}\left(\frac{(\sigma_6 + 1)(Y l_2 - \sigma_3 + \sigma_1 - \sigma_2)}{\sigma_4}\right) \\ 2 \operatorname{atan}\left(\frac{(\sigma_6 + 1)(Y l_2 + \sigma_3 + \sigma_1 - \sigma_2)}{\sigma_4}\right) \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = Y l_1 \tan\left(\frac{t(2\sigma_1 + \text{eps}_1 t)}{4}\right)^2$$

$$\sigma_2 = 2 l_1 l_2 \tan\left(\frac{t(2\sigma_1 + \text{eps}_1 t)}{4}\right)$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(-X^2 + 2\sigma_6 X l_1 - Y^2 + \sigma_5 - l_1^2 + l_2^2 + 2l_2 l_3 + l_3^2)(X^2 - 2\sigma_6 X l_1 + Y^2 - \sigma_5 + l_1^2 - l_2^2 + 2l_2 l_3 - l_3^2)}{(\sigma_6 + 1)^2}}$$

$$\sigma_4 = X^2 - 2\sigma_6 X l_1 + 2X l_2 + Y^2 - \sigma_5 + l_1^2 - 2\sigma_6 l_1 l_2 + l_2^2 - l_3^2$$

$$\sigma_5 = 2 \sin\left(\frac{\text{eps}_1 t^2}{2} + \sigma_1 t\right) Y l_1$$

$$\sigma_6 = \cos\left(\frac{\text{eps}_1 t^2}{2} + \sigma_1 t\right)$$

```
syms l1 l2 l3 t o1 eps1 t2 t3 X Y;
eq1 = (X==l1*cos(t*o1+(eps1*t^2)/2)+l2*cos(t2)+l3*cos(t3));
eq2 = (Y==l1*sin(t*o1+(eps1*t^2)/2)+l2*sin(t2)+l3*sin(t3));
sol=solve([eq1,eq2],[t2,t3]);
```

Symbolic Math Toolbox:

- pierwsza i druga pochodna kątów -> prędkości i przyspieszenia kątowe

```
o2=diff(t2s,t)
o3=diff(t3s,t)
```

```
o2s=simplify(o2)
o3s=simplify(o3)
```

```
e2=diff(o2,t)
e3=diff(o3,t)
```

$$\begin{pmatrix} 2 \left(\frac{(\cos(\sigma_{19}) + 1) (\sigma_1 + \sigma_7 - \sigma_6)}{\sigma_4} + \frac{\sin(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t) \sigma_2}{\sigma_4} + \frac{(\cos(\sigma_{19}) + 1) \sigma_5 \sigma_2}{\sigma_4^2} \right)}{\frac{\sigma_{15} \sigma_2^2}{\sigma_4^2} + 1} \\ 2 \left(\frac{\sin(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t) \sigma_3}{\sigma_4} - \frac{(\cos(\sigma_{19}) + 1) (\sigma_1 - \sigma_7 + \sigma_6)}{\sigma_4} + \frac{(\cos(\sigma_{19}) + 1) \sigma_5 \sigma_3}{\sigma_4^2} \right)}{\frac{\sigma_{15} \sigma_3^2}{\sigma_4^2} + 1} \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{10}) \sigma_{14}}{\sigma_{15}} - \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{10}) \sigma_{13}}{\sigma_{15}} + \frac{2 \sin(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t) \sigma_{13} \sigma_{14}}{(\cos(\sigma_{19}) + 1)^3}$$

$$\sigma_2 = Y l_2 - \sigma_8 + \sigma_9 - 2 l_1 l_2 \sigma_{16}$$

$$\sigma_3 = Y l_2 + \sigma_8 + \sigma_9 - 2 l_1 l_2 \sigma_{16}$$

$$\sigma_4 = X^2 - \sigma_{18} + 2 X l_2 + Y^2 - \sigma_{17} + l_1^2 - 2 \cos(\sigma_{19}) l_1 l_2 + l_2^2 - l_3^2$$

$$\sigma_5 = \sigma_{10} - \sigma_{11} + 2 l_1 l_2 \sin(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t)$$

$$\sigma_6 = 2 Y l_2 \sigma_{16} \sigma_{12} (\sigma_{16}^2 + 1)$$

$$\sigma_7 = 2 l_1 l_2 \sigma_{12} (\sigma_{16}^2 + 1)$$

$$\sigma_8 = \sqrt{\frac{\sigma_{13} \sigma_{14}}{\sigma_{15}}}$$

$$\sigma_9 = Y l_2 \sigma_{16}^2$$

$$\sigma_{10} = 2 X l_1 \sin(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t)$$

$$\sigma_{11} = 2 Y l_1 \cos(\sigma_{19}) (\sigma_1 + \text{eps}_1 t)$$

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\text{eps}_1 t}{2}$$

$$\sigma_{13} = -X^2 + \sigma_{18} - Y^2 + \sigma_{17} - l_1^2 + l_2^2 + 2 l_2 l_3 + l_3^2$$

$$\sigma_{14} = X^2 - \sigma_{18} + Y^2 - \sigma_{17} + l_1^2 - l_2^2 + 2 l_2 l_3 - l_3^2$$

$$\sigma_{15} = (\cos(\sigma_{19}) + 1)^2$$

$$\sigma_{16} = \tan\left(\frac{t (2 \sigma_1 + \text{eps}_1 t)}{4}\right)$$

$$\sigma_{17} = 2 \sin(\sigma_{19}) Y l_1$$

$$\sigma_{18} = 2 \cos(\sigma_{19}) X l_1$$

$$\sigma_{19} = \frac{\text{eps}_1 t^2}{2} + \sigma_1 t$$

Wyliczenia w Unity:

- Prędkości liniowe przegubów oraz składowe styczne i normalne przyspieszenia

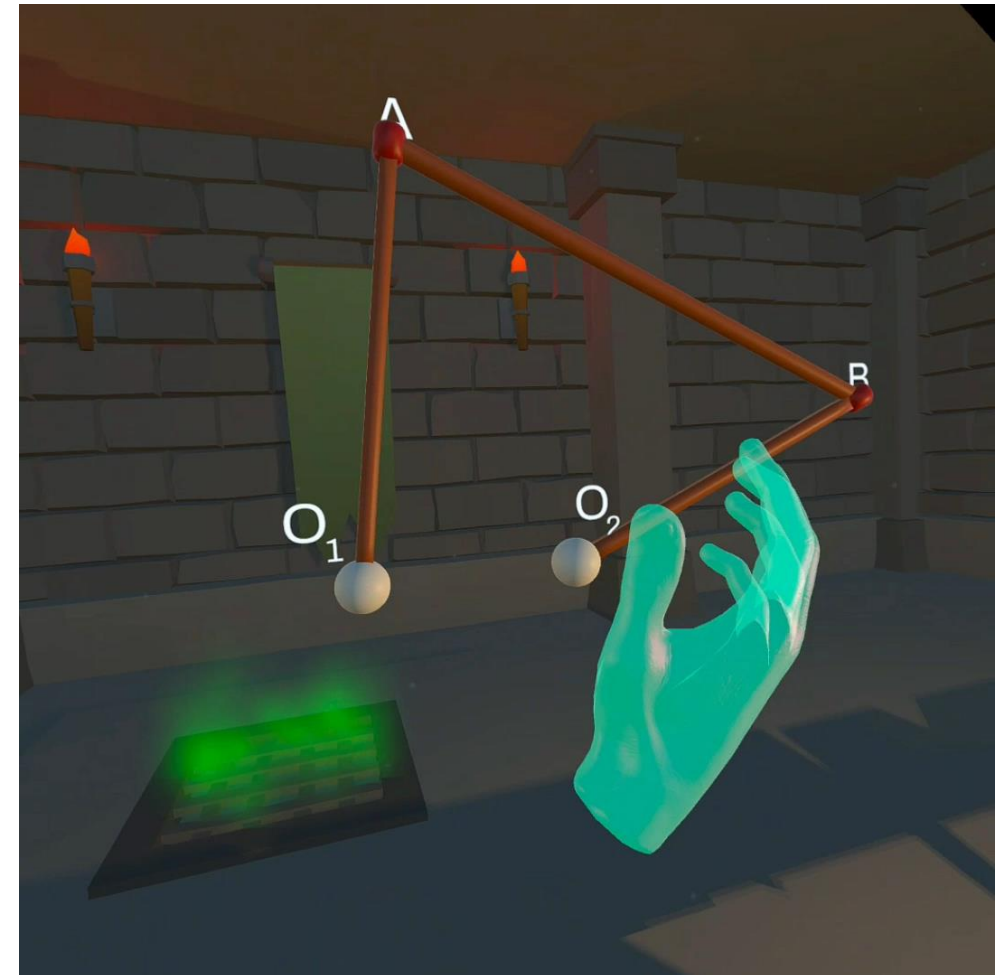
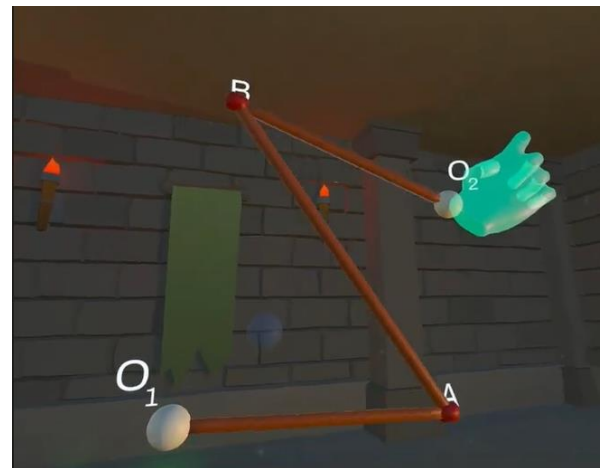
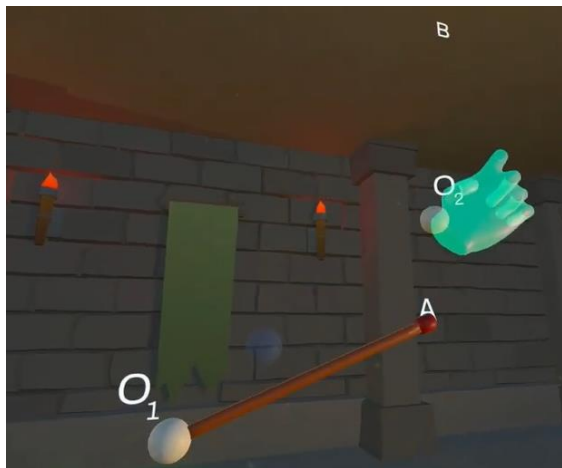
$$V = \omega l$$

$$a_n = \omega^2 l$$

$$a_t = \varepsilon l$$

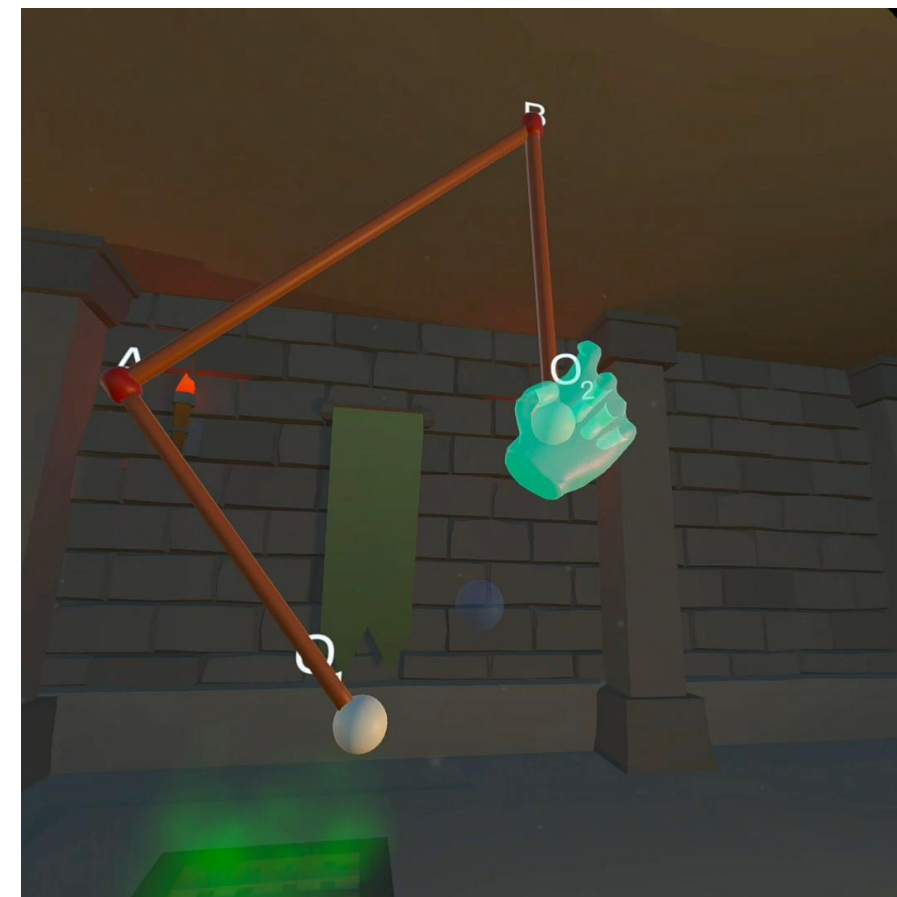
Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- Ruchome ramię łańcucha wykonuje ruch korbowy, w przypadku naruszenia więzów dwa przeguby mechanizm zanikają



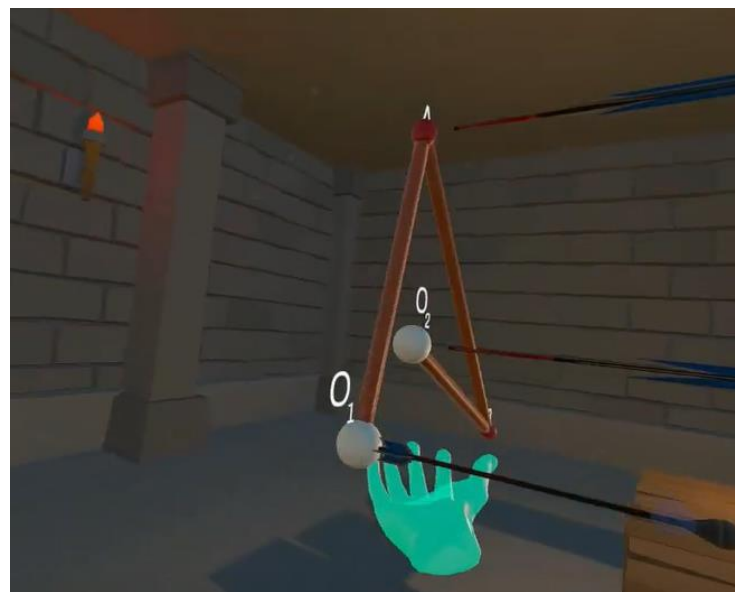
Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- Zmiana punktu zaczepienia i konfiguracji łańcucha



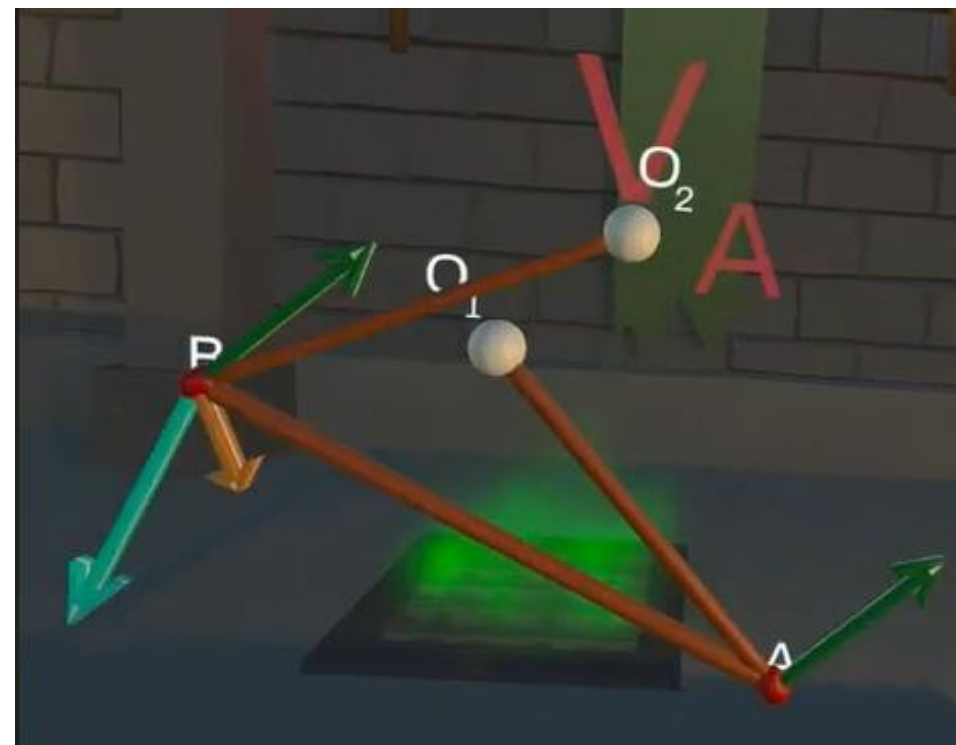
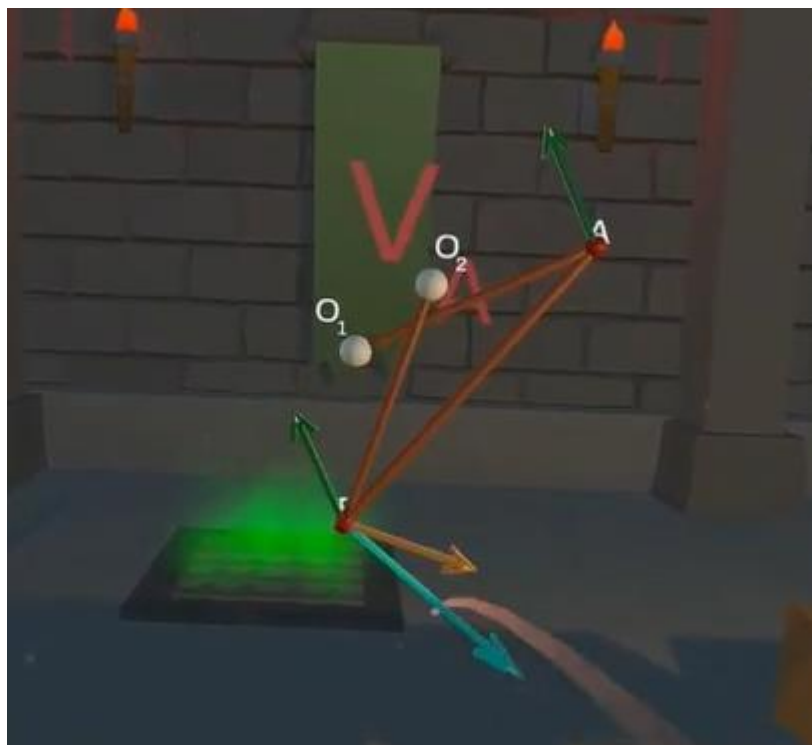
Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- Prędkość kątowna i reguła prawej ręki



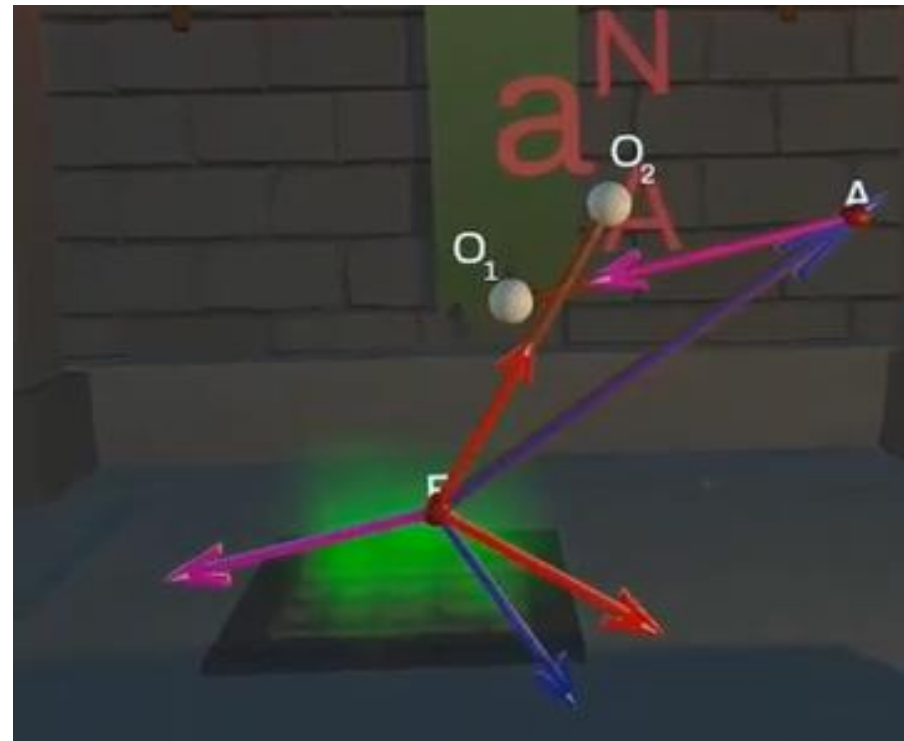
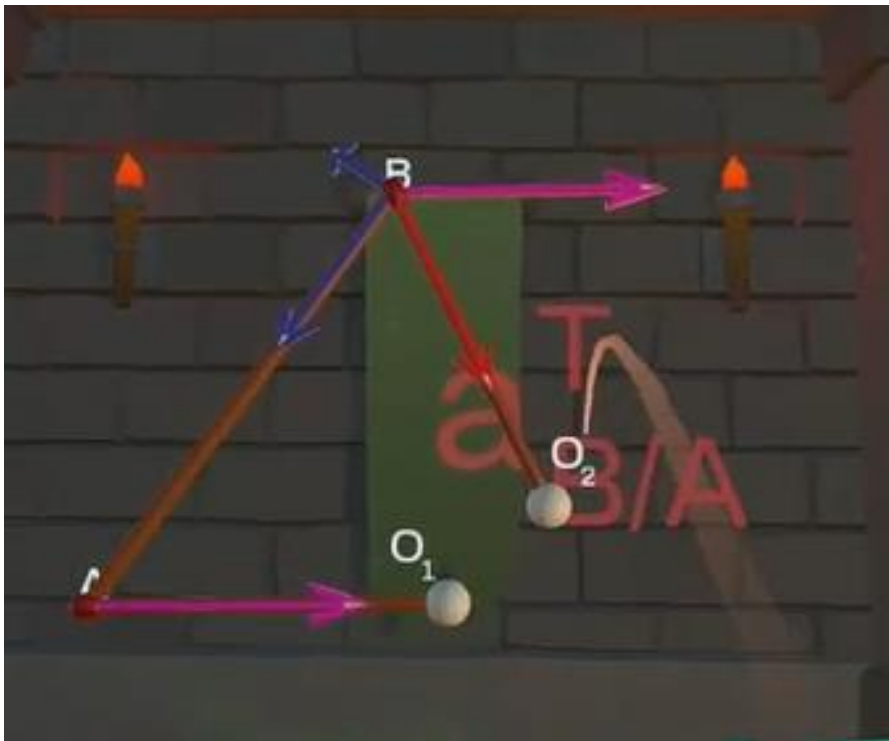
Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- Prędkość liniowa – widoczna zasada superpozycji



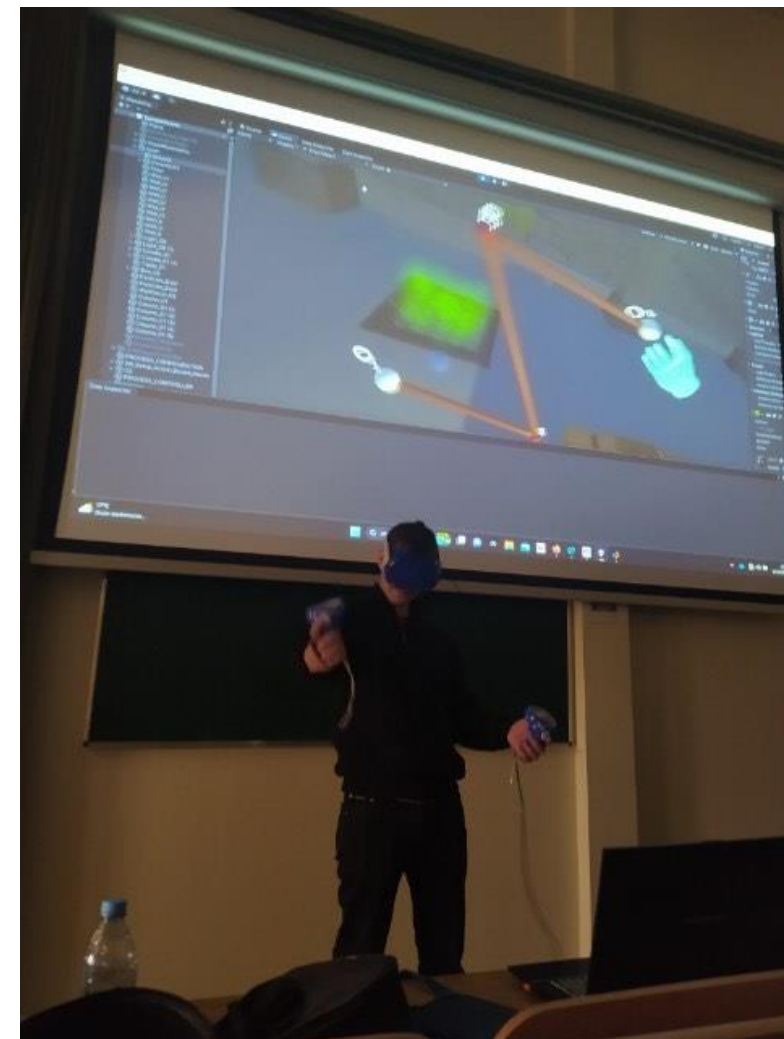
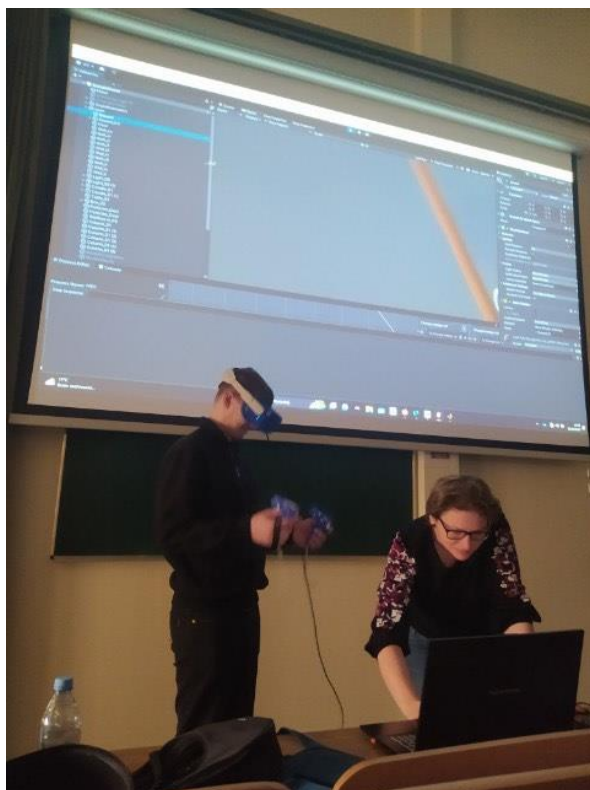
Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- przyspieszenie liniowe – składowa styczna i normalna



Wizualizacja VR ruchu łańcucha

- Reakcje studentów



Plany na przyszłość

Prace planowane w ramach modernizacji laboratoriów ZMS Wydziału Mechatroniki PW,
dr hab. inż. Edyta Ładyżyńska-Kozdraś, prof. Uczelni

- łańcuch kinematyczny – ruch korbowo-wahaczowy, prawo Grashof'a
- macierz momentów bezwładności – momenty dewiacji, osie główne, diagonalizacja
- reprezentacja orientacji bryły sztywnej w 3D – macierz rotacji, kąty Eulera, kwaterniony
- analiza warunków równowagi bryły sztywnej
- analiza ruchu kulistego – toczenie bez poślizgu kuli i stożka, powierzchnia aksoidy ruchomej i nieruchomej, linii węzłów, oś precesji, oś obrotu własnego, kąt nutacji oraz superpozycja wektorów przyspieszenia

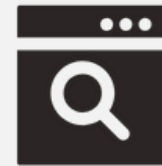
MATLAB and Simulink authorized reseller for Poland



Oprogramowanie
Naukowo-Techniczne
sp. z o.o.

Anna Sibilska-Mroziewicz
Adiunkt Wydział Mechatroniki PW

anna.mroziewicz@pw.edu.pl
tel. +48 600 046 366



www.ont.com.pl



[matlab.pl](https://www.facebook.com/matlab.pl)



[oprogramowanie-
naukowo-techniczne](https://www.linkedin.com/company/oprogramowanie-naukowo-techniczne)



[ONT MATLAB](https://www.youtube.com/channel/UC...)

MATLAB and Simulink
authorised reseller for Poland
www.ont.com.pl

MATLAB® & SIMULINK®

MATLAB Fundamentals | Deep Learning | Signal Processing | Arduino | ROS

Stay in contact

Oprogramowanie Naukowo-Techniczne sp. z o.o.
MATLAB and Simulink authorised reseller for Poland
ul. Pod Fortem 19, 31-302 Kraków, Poland |
www.mathworks.com

